Chans att lyckas perfekt⋆

$$P_p(n) = \sum_{i=n-1}^{n} \left(\begin{array}{c} n \\ i \end{array} \right) \left(\frac{5}{6}\right)^{n-i} \left(\frac{1}{6}\right)^{i} = \frac{5n+1}{6^n},$$

där n är antalet tärningar.

Chans att misslyckas automatiskt⋆

$$P_F(n, q) = \sum_{i=q}^{n} \left(\begin{array}{c} n \\ i \end{array} \right) \left(\frac{5}{6}\right)^{n-i} \left(\frac{1}{6}\right)^{i},$$

där n är antalet tärningar och q är antal “sexor” som behövs för att fumla.

⋆ Färdighetsvärdet påverkar inte chansen för perfekt slag i denna formel.

Chansen att lyckas

Vi vet att

$$I = \int_0^\infty p(x)dx = 1 \approx \sum_{i=1}^{\infty} p(x_i) = 1,$$

dvs att sannolikheten för alla möjliga utfall är 100%. Vilket är samma sak som att summera ihop alla möjliga sannolikheter. Summan blir då ett. Då kan sannolikheten att lyckas slå under F beräknas på följande sätt

$$P_L(F) = \sum_{i=1}^{F} p(x_i),$$

där F är färdighetsvärdet och $p(x_i)$ är chansen att slå lika med i.

Projekt T100

En idé efter en kommentar från Pelle “Vad är det för fel på en tärning 20”. Därför visas följande förslag på överföring till 1T100 eftersom 1T20 ger för lite olika utfall. Några synpunker och kommentarer.

- Det krävs en tabell för varje svårighetsgrad.
- Effekten går tyvärr inte att lösa med ett T100 system. Åtminstone inte på ett ekvivalent sätt
- VINIT bör enklast slås med $ObT6$ som vanligt. Skador måste i alla fall slås som vanligt.

Teori för P100

Den allmänna sättet att beräkna antalet gynnsamma resultat för varje färdighetsvärde beskrivs nedan. Om vi beskriver $ObnT6$ på följande vis

$$\left(x+x^2+x^3+x^4+x^5\right)^n = x^n\left(1+x+x^2+x^3+x^4\right)^n = x^n\left(\frac{1-x^5}{1-x}\right)^n,$$

så kan de olika antalet utfall A_s^n beräknas genom att undersöka vilken koefficient som finns framför motsvarande exponent x^s. A_s^n är antalet sätt som du kan slå summan s på n tärningar. Endast utfall $1-5$ räknas på tärningarna.

$$\begin{aligned} A = x^n\left(\frac{1-x^5}{1-x}\right)^n = \\ x^n\left(1-\binom{n}{1}x^{5\cdot 1}+\ldots+(-1)^r\binom{n}{r}x^{5\cdot r}+\ldots+(-1)^n x^{5\cdot n}\right) \\ \cdot\left[1+\binom{1+n-1}{1}x^1+\binom{2+n-1}{2}x^2+\cdots+\binom{r+n-1}{r}x^r+\ldots\right] \end{aligned}$$

Vi måste samla ihop de termer som ger summan s.

$$A_s^n = \sum_{i+j+n=s} a_i b_j$$

Några enkla slutledningar kan dras från formeln ovan.

$$A_s^n = 0, \qquad s<n, \quad s>5n.$$

Det går alltså inte att slå 16 på tre tärningar eftersom det högsta utfallet på $15(3\times 5)$. Det går inte heller att slå fyra på fem tärningar.

Ultimata formeln

P_s^n är sannolikheten att slå lika med s på n tärningar. Vilket är samma sak som att slå summan s på $ObnT6$. För att få fram sannolikheten att lyckas slå under eller lika med s så måste alla lägre termer upp till s summeras ihop. Lägg märke till att detta är inte chansen att lyckas i EON. P_s^n tar inte hänsyn till huruvida två tärningar utfaller som “sexor” och därmed skulle räknas som automatiskt misslyckande med risk för fummel. För $n>1$ gäller

$$P_s^n = 6^{-n}\left[A_s^n + \sum_{j=1}^{n-1}\binom{n}{j}\cdot\left(\sum_{i=max\{2j,s-5(n-j)\}}^{s-n+j} A_{s-i}^{n-j}P_i^{2j}\right)+P_s^{2n}\right]$$

För $n=1$ gäller

$$P_s^1 = 6^{-1}\left[A_s^1 + P_s^2\right]$$

Formel för att beräkna sannolikheten för $ObT6$

$\overline{P}_s^n$ nedan motsvarar EONs $ObT6$ system. För $n > 1$ gäller

$$\overline{P}_s^n = 6^{-n}\left[A_s^n + n \cdot \left(\sum_{i=max\{2,s-5(n-1)\}}^{s-n+1} A_{s-i}^{n-1} P_i^2\right)\right]$$

För $n = 1$ gäller

$$\overline{P}_s^1 = P_s^1$$

Chansen att lyckas perfekt

P_s^n är sannolikheten att lyckas slå perfekt på n tärningar. Formeln innehåller tre delar, bidrag från en sexa, ingen sexa och alla ettor. För $s \geq n$ gäller följande formel.

$$P_s^n = 6^{-n}\left[n \cdot \left(\sum_{i=2}^{s-(n-1)} P_i^2 + \min(4, s-n)\right) + 1\right]$$

Fummelchans

Formlen nedan beräknar chansen att fummla.

$$F_s^n = 6^{-n}\left[\sum_{j=2}^{n-1} \binom{n}{j} \left(\sum_{i=n-j}^{5(n-j)} A_i^{n-j} P_{>s-i}^{2j}\right) + P_{>s}^{2n}\right]$$

Hjälpformel

$$P_{>s}^n = 1 - \sum_{i=n}^{s} P_i^n$$

Slutkommentarer

Det är ganska bökigt att räkna ut chansen att lyckas. Beräkningarna blir rekursiva och det blir snabbt ogörligt att beräkna för hand. Ett tips för att snabba upp beräkningarna är att spara alla värden så att de kan återanvändas.

Lycka till med räknandet